

ANALISIS RUNTUN WAKTU MENGGUNAKAN MODEL MARKOV

Sudianto Manullang¹

Jurusan Matematika FMIPA UNIMED, Jalan Willem Iskandar, Pasar V, Medan
Email:sudi_manullang@yahoo.co.id

ABSTRAK

Salah satu indikator untuk menunjukkan tingkat pertumbuhan ekonomi suatu daerah adalah data mengenai Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) atas dasar harga yang berlaku ataupun atas dasar harga konstan. Data proyeksi PDRB di daerah sangat dibutuhkan bagi pemerintah dan pelaku bisnis dalam membuat kebijakan ekonomi. Model Markov Switching Autoregressive dengan menggunakan dua state yakni state pertama jika terjadi ekspansi dan state kedua jika kontraksi, kedua state ini mampu menangkap perubahan yang terjadi selama periode waktu tersebut dan mengetahui peluang perpindahan sebuah state yang mengalami periode kontraksi diikuti periode kontraksi, periode ekspansi diikuti periode ekspansi, periode ekspansi berpindah kontraksi atau kontraksi berpindah ekspansi. Dengan mengetahui rata-rata tingkat pertumbuhan pada saat ekspansi dan kontraksi serta probabilitas dari state tersebut maka dapat dilakukan proyeksi untuk mengetahui tingkat pertumbuhan perekonomian berdasarkan PDRB untuk periode waktu berikutnya.

Kata kunci: Model Markov, PDRB, Switching, Peluang intensitas

I. PENDAHULUAN

1. Latar Belakang Masalah

Analisa data runtun waktu sering dijumpai variabel yang mengalami fase perubahan data dimana perilaku dari data series yang digunakan berubah secara signifikan. Perubahan data ini akan terlihat jika data-data makro ekonomi, data finansial/keuangan dalam kurun waktu yang cukup lama. Perubahan yang ada ini dapat terjadi sebagai akibat dari peristiwa-peristiwa tertentu seperti perang, krisis ekonomi, pemilu, kenaikan harga BBM (Bahan Bakar Minyak), nilai tukar uang, bencana alam,

atau karena perubahan signifikan dalam kebijakan pemerintah (Tsay, 2005).

Pemodelan runtun waktu memiliki 3 model klasik yang sering digunakan, model tersebut yaitu: *Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)*, *Autoregressive Conditional Heteroskedastic (ARCH)* dan *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (GARCH)*. Ketiga model cukup baik namun tidak memperhitungkan adanya perubahan kondisi pada variabel ekonomi yang disebabkan oleh krisis ekonomi, perang, maupun sebab lain yang mengakibatkan nilai data berubah secara signifikan. Model MSA (Markov Switching

Analysis) merupakan alternatif pemodelan data time series yang mengalami perubahan struktural. Model MSA adalah termasuk dalam model nonlinier. Perbedaan yang mendasar adalah bahwa dalam model MSA, switching yang terjadi tidak dianggap sebagai suatu outcome peristiwa deterministik, tetapi sebagai suatu outcome variabel random tak teramati, dalam banyak literature disebut dengan state. Ini berarti dalam model MSA, switching / perubahan model yang terjadi ditangkap sebagai distribusi peluang. Model *Markov Switching* yang juga dikenal dengan model *Regime Switching* yang dikenalkan oleh Hamilton sebagai alternatif pemodelan data runtun waktu yang didalamnya menangkap perubahan kondisi atau *regime/state* (Hamilton, 1989).

Selanjutnya model *Markov Switching* dikombinasikan dengan model *Autoregressive* yang kemudian dikenal dengan model *Markov Switching Autoregressive* (MSAR). Model tersebut terbukti efektif diterapkan pada runtun waktu *Autoregressive* yang didalamnya terdapat perubahan kondisi. Pergantian dari periode kontraksi ke periode ekspansi ataupun sebaliknya merupakan istilah umum yang sering disebut dengan *siklus bisnis* dalam dunia makroekonomi dan keuangan. Periode *ekspansi* ditandai dengan pertumbuhan

positif indikator ekonomi, misalnya GDP (*Gross Domestic Product*). Sedangkan periode *kontraksi* ditandai dengan pertumbuhan negatif indikator ekonomi. Metode *konvensional* untuk memodelkan data-data makro ekonomi biasanya hanya menggunakan model linier yang mengasumsikan tidak terdapat perubahan struktural sepanjang waktu. Dengan mengetahui rata-rata tingkat pertumbuhan pada saat ekspansi dan kontraksi serta probabilitas dari state tersebut maka dapat dilakukan proyeksi untuk mengetahui tingkat pertumbuhan perekonomian berdasarkan PDRB untuk periode waktu berikutnya (Yang, 2004).

2. Perumusan Masalah

Dengan perubahan state data yang ada akan dimodelkan data runtun waktu PDRB Kota Medan dengan menggunakan model *markov switching* pada proses Autoregressif.

3. Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk mengembangkan model *markov switching* pada data runtun waktu PDRB kota Medan untuk dapat memproyeksikan pertumbuhan PDRB periode waktu berikutnya.

4. Metodologi Penelitian

Metode yang digunakan pada penelitian ini berupa studi literatur dengan menggunakan data runtun waktu sekunder untuk menangkap perubahan pada tiap state yang terjadi. Mengestimasi parameter model dengan menggunakan metode maksimum likelihood, serta melakukan simulasi data yang menghasilkan model *Markov Switching* pada proses Autoregressif yang dihasilkan.

II. TINJAUAN PUSTAKA

1. Rantai Markov Dalam Proses Stokastik

Dalam rantai markov, sebuah state itu hanya bergantung pada keadaan state sekarang . Proses rantai markov dapat ditulis sebagai berikut :

$$P(X_{n+1} = j / X_0 = x_0, X_1 = x_1, \dots, X_n = i) = P(X_{n+1} = j / X_n = i) = P_{ij}$$

dimana P_{ij} adalah probabilitas bahwa proses berada di state i pada waktu n itu akan menuju ke state j pada waktu $n+1$ (state mengalami transisi dari state i ke state j), (Bain,1992).

Matrik probabilitas transisi satu langkah diberikan sebagai berikut :

$$P = [P_{ij}] = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & \dots \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & \dots \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

$$; P_{ij} \geq 0; i, j = 0, 1, 2, \dots$$

2. Rantai Markov dengan Autoregresif.

Dalam Dickey (1979) disebutkan penggunaan rantai markov yang diperoleh dari ξ_t sebagai vektor random berukuran $N \times 1$ dimana element ke $-j$ sama untuk setiap unit, vektor ξ_t sama dengan tiap kolom kedua dari \mathbf{I}_N , sehingga ξ_t dapat ditulis sebagai berikut :

$$\xi_t = \begin{cases} (1,0,0,\dots,0)' & s_t = 1 \\ (0,1,0,\dots,0)' & s_t = 2 \\ \vdots & \vdots \\ (0,0,0,\dots,1)' & s_t = N \end{cases}$$

Dengan memandang periode kontraksi dan ekspansi sebagai dua state yang berbeda, maka dapat dimodelkan data-data makroekonomi tersebut dengan model MSA, yakni:

$$y_t - \mu_2 = \phi_1(y_{t-1} - \mu_2) + \phi_2(y_{t-2} - \mu_2) + \dots + \phi_p(y_{t-p} - \mu_2) + \varepsilon_t$$

Dan model time series yang baik model yang dapat menangkap perubahan dari satu periode (kontraksi) keperiode yang lain (ekspansi) yaitu:

$$y_t - \mu_{s_t}^* = \phi_1(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}}^*) + \phi_2(y_{t-1} - \mu_{s_{t-2}}^*) + \dots + \phi_p(y_{t-p} - \mu_{s_{t-p}}^*) + \varepsilon_t \tag{3.1.3}$$

dimana y_t variabel random dan $\mu_{s_t}^*, \mu_{s_{t-1}}^*, \dots, \mu_{s_{t-p}}^*$ merupakan rata-rata suatu state pada waktu berada di state 1 atau 2, dan seterusnya, Kim (1999).

Fungsi distribusi bersama dari $f(y_t|s_t = j; \theta)$ dengan $p(s_t = j | \theta) = \pi_j$ dapat dituliskan sebagai berikut :

$$p(y_t, s_t = j; \theta) = \frac{\pi_j}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \exp\left\{-\frac{(y_t - \mu_j)^2}{2\sigma_j^2}\right\}$$

Jika p_{ij}^* dinotasikan dengan $p\{s_t^* = j / s_{t-1}^* = i, \dots, s_{t-p}^* = k\}$ kemudian s_t mengikuti bentuk rantai markov yang terdiri dari N state dengan matrik transisi :

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \dots & p_{N1} \\ p_{12} & p_{22} & \dots & p_{N2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \dots \\ p_{1N} & p_{2N} & \dots & p_{NN} \end{bmatrix}$$

Untuk mencari nilai probabilitas transisi dari dua state, adalah :

$$p(s_t^* = 1 / s_{t-1}^* = 1) = p_{11}^*$$

3. Metode Maximum Likelihood

Makridakis (1995) menyatakan fungsi densitas bersama dari variabel random Y_1, \dots, Y_n yang bernilai y_1, \dots, y_n adalah $f(y_1, \dots, y_n; \theta)$ merupakan fungsi dari θ dan dilambangkan dengan $L(\theta)$. Jika Y_1, \dots, Y_n mewakili sebuah sampel random dari $f(y; \theta)$, maka

$$L(\theta) = f(y_1; \theta) \dots f(y_n; \theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i; \theta)$$

III. PEMBAHASAN DAN HASIL

1. Deskripsi Data

Data runtun waktu yang digunakan dalam pengaplikasian pemodelan adalah data sekunder Produk Domestik Regional Bruto (PDRB) Kota Medan yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik Provinsi Medan tahun 2004-2016. PDRB itu terdiri dari 9 sektor yaitu Pertanian; Pertambangan dan Penggalian, Industri Pengolahan; Listrik, Gas, dan Air Bersih; Bangunan; Perdagangan, Hotel dan Restoran(pariwisata); Pengangkutan dan Komunikasi; Keuangan, Persewaan, dan Jasa Perusahaan/Jasa-jasa (www.bps.go.id).

2. Model Markov Switching Pada Proses Autoregresif

Dengan menerapkan analisis markov switching diharapkan mampu memodelkan

bentuk pertumbuhan ekonomi Kota Medan. Dalam hal ini pertumbuhan ekonomi suatu daerah sering mengikuti dua keadaan yaitu keadaan pada saat mengalami pertumbuhan positif (periode ekspansi) dan pertumbuhan negatif (periode kontraksi), dua keadaan seperti itu sering disebut dengan *siklus bisnis* yang terdapat dalam bidang makro ekonomi dan keuangan. Bentuk dua kondisi pertumbuhan ekonomi dipandang sebagai dua state yaitu state pertama ($s_t^* = 1$) jika mengalami pertumbuhan positif dan state kedua ($s_t^* = 2$) jika mengalami pertumbuhan negatif. Langkah pertama dalam penerapan markov switching proses AR adalah menentukan nilai inisial awal untuk probabilitas dari satu kondisi ke kondisi yang lain yaitu p11 (probabilitas dari keadaan ekspansi ke ekspansi) dan p22 (probabilitas dari keadaan kontraksi ke kontraksi), dan juga menentukan rata-rata pertumbuhan untuk periode ekspansi dan kontraksi yaitu μ_1 dan μ_2 . Nilai inisialisasi awal tersebut ditentukan oleh penulis sendiri,

yaitu dengan nilai p11 = 0,5 dan p22 = 0,5 kemudian nilai $\mu_1 = 1$ dan $\mu_2 = 0$.

Bentuk persamaan autoregressive untuk proses AR (3) adalah sebagai berikut:

$$y_t - \mu_{s_t^*} = \phi_1(y_{t-1} - \mu_{s_{t-1}^*}) + \phi_2(y_{t-2} - \mu_{s_{t-2}^*}) + \phi_3(y_{t-3} - \mu_{s_{t-3}^*}) + \varepsilon_t$$

Ketika $s_t = 1$ merupakan suatu keadaan yang menggambarkan rata-rata tingkat pertumbuhan PDRB mengikuti proses AR (3) pada waktu s_t^* , s_{t-1}^* , s_{t-2}^* , s_{t-3}^* , s_{t-4}^* berada distate pertama (mengalami pertumbuhan positif), atau dengan kata lain bahwa selama empat periode mengalami pertumbuhan positif. Demikian juga untuk kombinasi state yang lain ketika $s_t = 2$ sampai $s_t = 16$ menggambarkan keadaan yang berbeda dari state-state sebelumnya. Berdasarkan matriks kombinasi state diperoleh nilai densitas bersyarat dari variabel random yang teramati (\mathbf{Y}_t) serta nilai probabilitas pada suatu state berdasarkan pada state ke j pada waktu t, sebagai berikut :

$$\eta_t = \begin{bmatrix} 0.20565 \\ 0.37487 \\ 0.03878 \\ 0.02369 \\ 0.02390 \\ 9.18643e-08 \\ 8.789984e-08 \\ 1.89849e-04 \\ 0.04908 \\ 2.82374e-07 \\ 3.62820e-07 \\ 1.83684e-09 \\ 3.83649e-03 \\ 5.38649e-05 \\ 6.937785e-03 \end{bmatrix} \quad \hat{\xi}_{t/t} = \begin{bmatrix} 0.865373 \\ 7.82748e-12 \\ 4.47583e-07 \\ 4.63537e-01 \\ 3.8379e-15 \\ 7.83948e-07 \\ 1.82984e-13 \\ 1.42526e-06 \\ 0.0234 \\ 5.28477e-13 \\ 3.11698e-27 \\ 5.73465e-17 \\ 7.83774e-03 \\ 4.76453e-13 \\ 5.062783e-01 \end{bmatrix}$$

3. Estimasi Parameter dan fungsi likelihood

Nilai $\hat{\xi}_{t/t}$ maka digunakan untuk mencari dicari nilai estimasi parameter – parameter yang dikumpulkan dalam vektor θ yaitu $(\hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\sigma}^2, \hat{\phi}_1, \hat{\phi}_2, \hat{\phi}_3, \hat{p}_{11}^*, \hat{p}_{22}^*)$, merupakan persamaan nonlinear maka diperoleh nilai estimasi parameter sebagai berikut:

Tabel 3.1. Hasil Estimasi Parameter

No	Estimasi Parameter	Nilai
1	$\hat{\mu}_1$	2,28
2	$\hat{\mu}_2$	8,339
3	$\hat{\phi}_1$	-0,723
4	$\hat{\phi}_2$	-0,529

No	Estimasi Parameter	Nilai
5	$\hat{\phi}_3$	-0,544
6	\hat{p}_{11}^*	0,87
7	\hat{p}_{22}^*	0,52
8	σ^2	15,24
9	σ	3,84

Estimasi paramater yang sudah diperoleh digunakan untuk menghitung fungsi likelihood yang maksimal yaitu:

$$L(\theta) = \sum_{t=1}^T \log f(y_t / x_t, \mathcal{Y}_{t-1}; \theta) = -152.36314324$$

4. Model Markov switching yang terbentuk

Dengan menggunakan nilai estimasi nilai parameter diperoleh 16 kemungkinan

model yang terbentuk terbagi atas 8 model mengikuti periode ekspansi dan 8 model lainnya mengalami periode kontraksi. Periode ekspansi dimulai dari kombinasi

state ke-1 sampai ke-8, dan selanjutnya diikuti state kontraksi modelnya adalah sebagai berikut :

Ketika $s_t = 1$, modelnya adalah :

$$\begin{aligned} \hat{y}_t - \hat{\mu}_1 &= \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_1) \\ \hat{y}_t - 2,28 &= 0,723(\hat{y}_{t-1} - 2,28) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 2,28) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 2,28) \end{aligned}$$

Ketika $s_t = 2$, modelnya adalah :

$$\begin{aligned} \hat{y}_t - \hat{\mu}_1 &= \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_2) \\ \hat{y}_t - 2,28 &= 0,723(\hat{y}_{t-1} - 2,28) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 2,28) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 8,339) \end{aligned}$$

Ketika $s_t = 3$, modelnya adalah :

$$\begin{aligned} \hat{y}_t - \hat{\mu}_1 &= \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_1) \\ \hat{y}_t - 2,28 &= 0,723(\hat{y}_{t-1} - 2,28) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 8,339) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 2,28) \end{aligned}$$

Ketika $s_t = 4$, modelnya adalah :

$$\begin{aligned} \hat{y}_t - \hat{\mu}_1 &= \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_2) \\ \hat{y}_t - 2,28 &= 0,723(\hat{y}_{t-1} - 2,28) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 8,339) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 8,339) \end{aligned}$$

Ketika $s_t = 5$, modelnya adalah :

$$\begin{aligned} \hat{y}_t - \hat{\mu}_1 &= \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_1) \\ \hat{y}_t - 2,28 &= 0,723(\hat{y}_{t-1} - 8,339) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 2,28) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 2,28) \end{aligned}$$

Ketika $s_t = 6$, modelnya adalah :

$$\begin{aligned} \hat{y}_t - \hat{\mu}_1 &= \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_2) \\ \hat{y}_t - 2,28 &= -0,723(\hat{y}_{t-1} - 8,339) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 2,28) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 8,339) \end{aligned}$$

Ketika $s_t = 7$, modelnya adalah :

$$\begin{aligned} \hat{y}_t - \hat{\mu}_1 &= \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_1) \\ \hat{y}_t - 2,28 &= 0,723(\hat{y}_{t-1} - 8,339) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 8,339) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 2,28) \end{aligned}$$

Ketika $s_t = 8$, modelnya adalah :

$$\begin{aligned} \hat{y}_t - \hat{\mu}_1 &= \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_2) \\ \hat{y}_t - 2,28 &= -0,723(\hat{y}_{t-1} - 8,339) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 8,339) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 8,339) \end{aligned}$$

Ketika $s_t = 9$, modelnya adalah :

$$\begin{aligned} \hat{y}_t - \hat{\mu}_2 &= \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_1) \\ \hat{y}_t - 8,339 &= -0,723(\hat{y}_{t-1} - 2,28) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 2,28) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 2,28) \end{aligned}$$

Ketika $s_t = 10$, modelnya adalah:

$$\begin{aligned} \hat{y}_t - \hat{\mu}_2 &= \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_2) \\ \hat{y}_t - 8,339 &= -0,723(\hat{y}_{t-1} - 2,28) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 2,28) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 8,339) \end{aligned}$$

Ketika $s_t = 11$, modelnya adalah:

$$\begin{aligned} \hat{y}_t - \hat{\mu}_2 &= \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_1) \\ \hat{y}_t - 8,339 &= -0,723(\hat{y}_{t-1} - 2,28) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 8,339) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 2,28) \end{aligned}$$

Ketika $s_t = 12$, modelnya adalah:

$$\begin{aligned} \hat{y}_t - \hat{\mu}_2 &= \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_2) \\ \hat{y}_t - 8,339 &= -0,8723(\hat{y}_{t-1} - 2,28) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 8,339) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 8,339) \end{aligned}$$

Ketika $s_t = 13$, modelnya adalah:

$$\begin{aligned} \hat{y}_t - \hat{\mu}_2 &= \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_1) \\ \hat{y}_t - 8,339 &= -0,723(\hat{y}_{t-1} + 8,339) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 2,28) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 2,28) \end{aligned}$$

Ketika $s_t = 14$, modelnya adalah:

$$\hat{y}_t - \hat{\mu}_2 = \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_1) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_2)$$

$$\hat{y}_t - 8.339 = -0,723(\hat{y}_{t-1} - 8,339) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 2,28) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 8,339)$$

Ketika $s_t = 15$, modelnya adalah:

$$\hat{y}_t - \hat{\mu}_2 = \hat{\phi}_1(\hat{y}_{t-1} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_2(\hat{y}_{t-2} - \hat{\mu}_2) + \hat{\phi}_3(\hat{y}_{t-3} - \hat{\mu}_1)$$

$$\hat{y}_t - 8.339 = -0,723(\hat{y}_{t-1} - 8.339) - 0,529(\hat{y}_{t-2} - 8.339) - 0,546(\hat{y}_{t-3} - 2,28)$$

5. Forecasting untuk Periode berikutnya

Sedangkan hasil Forecast untuk variable yang teramati \mathbf{y}_{t+1} berdasarkan pada \mathbf{x}_{t+1} dan \mathcal{Y}_{t+1} yang diperoleh adalah sebagai berikut:

Tabel 5.1 forecast tingkat pertumbuhan PDRB tahun 2019

Periode	% tingkat pertumbuhan PDRB
Kuartal 1 tahun 2019	5.36124
Kuartal 2 tahun 2019	5.24316
Kuartal 3 tahun 2019	5.200071
Kuartal 4 tahun 2019	5.30442

IV. KESIMPULAN

Berdasarkan pembahasan yang telah dilakukan, dapat ditarik kesimpulan sebagai berikut :

1. Ekspansi dan kontraksi merupakan dua regime/state yang memiliki intensitas dan memiliki peluang

intensitas dalam setiap perpindahan state.

2. Model Markov Switching Autoregressive dapat dibentuk dari data runtun waktu PDRB Kota Medan untuk periode pengamatan dari tahun kuartal pertama tahun 2004 sampai dengan kuartal keempat tahun 2016.
3. Peramalan untuk periode berikutnya menggunakan 16 kemungkinan model yang terbentuk, dengan 8 model pada waktu t yang ke-1 sampai ke-8 mengalami periode ekspansi dan 8 model pada waktu t yang ke-9 sampai ke-16 mengalami periode kontraksi.

DAFTAR PUSTAKA

- Bain, L. J, Engelhardt, M. 1992. *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. California : Duxbury Press.\
- Dickey, F and David A. 1979. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the*

- American Statistical Association*, Vol74.
- Hamilton, J.D. 1989. A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle. *Journal of Econometrics*, Vol 57.
- Hamilton, James D., 1994. *Time series Analysis*. Princeton University Press. Princeton, New Jersey.
- Kim, C.J and Nelson C.R, 1999. *State Space Models with Regime Switching, Classical and Gibbs Sampling Approaches with Applications*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Makridakis *et al.* 1995. *Metode dan Aplikasi Peramalan*. Jakarta: Erlangga.
- Tsay, Ruey. S., 2005. *Analysis of Financial Time Series*. Wiley-Interscience. United State of America
- Yang Zijian., 2004. *Estimation of Regime Switching Models*. CCFEA Projects.y78yyh
www.bps.go.id